

I.1. Introduction

Les concepts de mécanique de la rupture linéaire élastique ont été développés dans les années 1970. Le problème résidait et réside toujours dans une certaine mesure dans la détermination des caractéristiques des matériaux. La rupture d'une pièce mécanique peut s'interpréter avant tout comme une interruption de la continuité de la pièce (ruine). Dans ce cas, l'application se heurte à une singularité due à la présence de fissures dans la pièce.

Les pièces qui rompent en service n'entraînent pas toujours des catastrophes comme celle de Tchernobyl, mais à coup sûr des coûts d'immobilisation, de remplacement, de réparation qui sont loin d'être négligeables. La fiabilité des constructions est de plus en plus recherchée non seulement par ce qu'elle a un impact sur la compétitivité ainsi que sur la productivité, mais encore par ce que la protection de l'environnement (la rupture d'une cuve de réacteur nucléaire, un pétrolier géant, d'un avion, etc.) est le souci de tous. Les structures réelles sont composées de formes géométriques complexes contenant de nombreuses zones de concentrations de contraintes.

Les variations de contraintes provoquent des endommagements qui peuvent conduire à l'amorçage de fissures ou à la progression de fissures préexistantes qui conduisent à des ruptures. L'amorçage d'une fissure se fait généralement au voisinage des défauts dus à la conception de la structure (exemple : discontinuités géométriques) ou à l'exécution de celle-ci ou encore à des travaux de soudure, etc. Ces défauts créent localement des contraintes élevées qui favorisent l'amorçage de fissures sans que les contraintes généralisées ne dépassent la limite élastique du matériau.

La mécanique de la rupture suppose l'existence d'une fissure initiale dans la structure étudiée. Cette discontinuité géométrique introduit une singularité des champs de contraintes et de déformations à la pointe de la fissure. L'analyse des contraintes et des déformations au voisinage des fonds de fissures constitue une base nécessaire à la compréhension du comportement des fissures.

Une augmentation de l'épaisseur du matériau, a aussi plusieurs conséquences sur la rupture. L'épaisseur peut avoir une certaine influence en ce qui concerne les contraintes résiduelles ou la propagation des fissures de fatigue par exemple. Elle est également directement liée à la ténacité, d'une part par le fait que la distribution des défauts dans une section épaisse est différente de celle que l'on peut trouver dans une section mince, mais

surtout, d'autre part, du fait de l'état de triaxialité des contraintes qui est différent dans une section épaisse et dans une section mince.

Plusieurs chercheurs se sont penchés sur le problème de la rupture associée à la propagation de fissures. Des progrès remarquables suivront les travaux d'Irwin (1957). Celui-ci montra que la singularité de la contrainte en pointe de fissure pouvait être décrite à l'aide d'un paramètre, qui est le facteur d'intensité de contraintes K . Suite à l'apparition de la Mécanique Élastique Linéaire de la Rupture (MELR), ce facteur a connu une large utilisation pour caractériser la propagation. Lorsque la zone plastique est peu étendue, un facteur d'intensité de contraintes équivalent remplace le facteur d'intensité de contraintes.

Les facteurs qui influencent le comportement à la rupture par fissuration des matériaux sont de deux natures : métallurgique et mécanique. Les facteurs mécaniques concernent l'état des déplacements, déformations et contraintes, les conditions d'environnement telle la température. Quant aux facteurs métallurgiques, on parle des impuretés, de taille de grains, états de surface, etc. Dans notre étude on ne traitera que de l'influence des facteurs mécaniques.

Au cours des dernières décennies, l'usage des aciers et des alliages en général s'est considérablement développé. Avec cet essor, de nombreux accidents ont conduit à la rupture des pièces en service. Certains de ces accidents étaient dus à un mauvais dimensionnement ou à une mauvaise conception, mais d'autres étaient également dus à la présence de défauts initiaux qui avaient permis l'initiation de fissures. La présence des fissures naissant sur des défauts métallurgiques ou parfois mécaniques se propageant à une vitesse conditionnée par l'environnement et le chargement propices.

Ce Chapitre présente quelques notions fondamentales de la mécanique de la rupture linéaire élastique (phases de propagation d'une fissure, modes de rupture, états de contraintes, etc.) et la mécanique de la rupture élastique.

La théorie de l'élasticité linéaire n'avait pas réussi à expliquer l'énigme des accidents et l'ambiguïté qui les entourait restait sans éclaircissements jusqu'à l'aboutissement de la création d'une nouvelle discipline : la mécanique de la rupture. Elle a permis de décrire la propagation d'une fissure et la rupture d'un élément fissuré.

I.2. Description générale

La mécanique de la rupture étudie la fissure, son évolution dans le temps et son interaction avec le milieu continu. Schématiquement, on peut distinguer dans un milieu fissuré trois zones successives (Figure I.1) :

I.2.a. Zone d'élaboration (Process zone)

Elle se trouve autour de la pointe de la fissure et dans le sillage laissé par la fissure au cours de sa propagation. La taille de cette zone est généralement très petite, de l'ordre de quelques cristaux. Le caractère discontinu du processus physique de la rupture dans cette zone rend son étude très difficile, parce que la frontière entre le microscopique et le macroscopique est mal définie. La mécanique de la rupture ne traite pas cette zone.

I.2.b. Zone singulière

La zone dans laquelle les champs de déplacements, déformations et contraintes sont connues et possèdent une formulation indépendante de la géométrie lointaine de la structure. Cette zone est petite vis-à-vis du solide, mais grande par rapport aux cristaux.

Lemaitre [2] démontre que les composantes du champ de contraintes sont infinies au voisinage du front de fissure ($r \rightarrow 0$), et plus exactement, la singularité est en $r^{-1/2}$ en milieu élastique linéaire d'où le nom de la zone singulière ou zone fine. Ainsi la singularité en $r^{-1/2}$, ne sera pas valable en dessous d'un certain rayon dit plastique (r_p) [3]. Les valeurs de r_p autour de la pointe de fissure déterminent la forme de zone plastique qui, en fonction de sa taille, l'on dira que la rupture est fragile ou ductile.

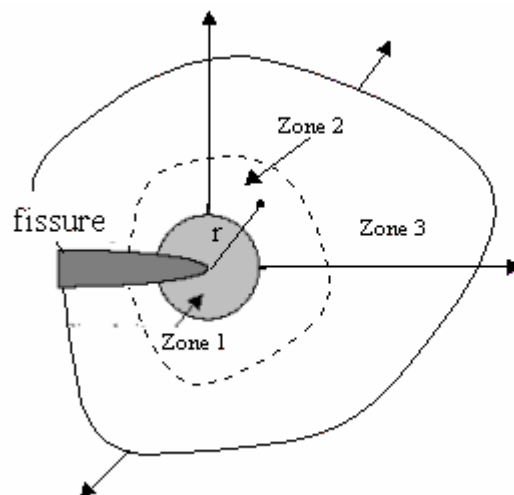


Figure I.1. Zones au voisinage d'une pointe de fissure

I.2.c. Zone extérieure

Les champs lointains se raccordent à la zone singulière et aux conditions aux limites en charges et en déplacements. Dans cette zone, les champs de déplacements, déformations et contraintes varient peu.

L'objectif de la mécanique de la rupture est de caractériser le comportement à la fissuration des structures à l'aide de paramètres quantifiables, qui peuvent être facilement identifiés par l'ingénieur et qui dépendent de la contraintes appliquée à l'infini, de la longueur de la fissure et de la résistance à la fissuration du matériau.

Diverses méthodes d'analyse permettent d'étudier les champs de déplacement, déformations et contraintes au voisinage d'une fissure ; approches directes et approches énergétiques. Les premières sont fondées sur l'utilisation des fonctions d'Airy (Westergaard, Expansions polynomiales de Williams et Maskelishvelli), elles résolvent des problèmes plans et font appel à la détermination de fonctions analytiques. Les secondes sont basées sur l'analyse énergétique du milieu continu contenant une fissure. Il s'agit d'un bilan énergétique global intégrant le taux de restitution d'énergie due à la propagation virtuel de la fissure.

I.3. Modes élémentaires de fissuration

D'un point de vue macroscopique, on peut considérer deux modes principaux de rupture : la rupture plate et la rupture inclinée. La rupture plate correspond à une surface de rupture globalement perpendiculaire à la direction de la contrainte principale maximale. La rupture inclinée dans le sens transversal par rapport à la direction de propagation s'accompagne souvent de grandes déformations.

L'examen des faciès de rupture permet bien souvent de détecter, après rupture, le mécanisme de rupture et le type de fissuration produit.

- Une zone lisse et soyeuse correspond à la propagation en fatigue ou,
- Une zone à grains cristallins plus ou moins apparents, correspondant à la fissuration brutale.

Tout déplacement des lèvres de la fissure peut être ramené à l'un des trois modes simples ou à leur superposition. Il existe donc trois modes de fissurations élémentaires (Figure 2).

Mode I

C'est un mode d'ouverture de la fissure, c'est à dire que les deux surfaces de la fissure se déplacent l'une par rapport à l'autre dans une direction perpendiculaire au plan de la fissure. Il s'apparente au déplacement produit par une dislocation rectiligne coin parallèle au front de la fissure dont le vecteur de Burgers est parallèle au déplacement.

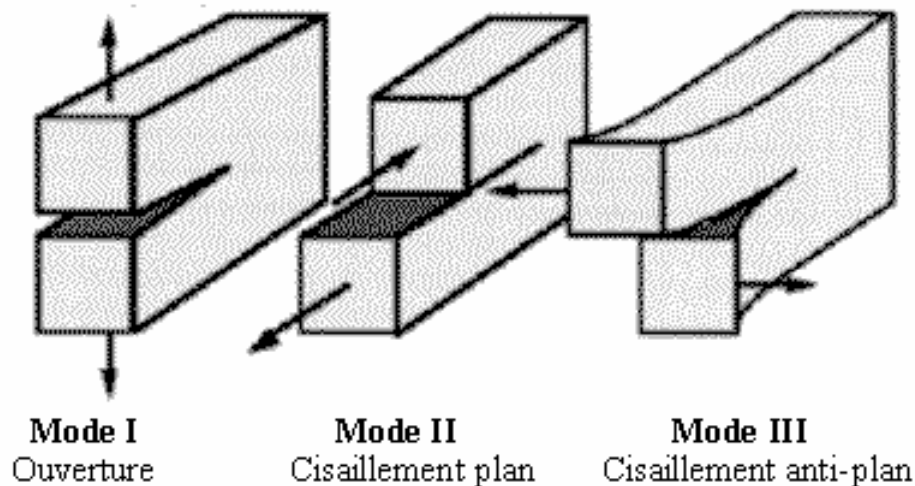


Figure I.2. Modes de rupture

Mode II

C'est un mode de glissement droit (cisaillement dans le plan), les deux lèvres de la fissure se déplacent dans un même plan et dans une direction perpendiculaire au front de la fissure. Il s'apparente au déplacement produit par une dislocation rectiligne coin parallèle au front de fissure et dont le vecteur de Burgers est parallèle au déplacement.

Mode III

C'est un mode de glissement vis (mode de cisaillement anti-plan), où les deux surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan et dans une direction parallèle au front de la fissure. Il s'apparente au déplacement produit par une dislocation vis parallèle au front de la fissure et dont le vecteur de Burgers est parallèle au déplacement.

Il a été montré par plusieurs auteurs de la mécanique de la rupture que l'état général de propagation peut être ramené à la superposition de ces trois modes [2, 4 à 6].

Le mode I est physiquement le plus important [1,4,5]. Il est à la fois le plus fréquent et celui qui conduit aux ruptures les plus dangereuses. De plus, les problèmes liés aux frottements des lèvres dans les deux modes de cisaillement ne sont pas toujours faciles à élucider.

Le mode III est résolu par une représentation 2D anti-plane, tandis que les deux premiers modes sont résolus par une analyse 2D en contrainte ou déformation plane.

I.4. Etats de contraintes

On peut distinguer deux états particuliers de contraintes : l'état plan de contrainte et l'état plan de déformation.

On se trouve en état plan de contrainte, par exemple, dans une tôle mince soumise à des efforts dans son plan. L'état plan de déformation peut avoir lieu au centre d'une pièce épaisse, où la triaxialité des contraintes est importante.

I.4.1. Contraintes planes

On dit qu'on est dans un état de contraintes planes si toutes les composantes selon la direction de l'axe Z (par exemple) sont nulles [7] :

$$\sigma_{ZZ} = \tau_{XZ} = \tau_{YZ} = 0 \quad \text{I.1}$$

Les autres composantes de contraintes et de déformations selon les axes X, Y sont données par la loi de Hooke par les expressions suivantes :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{XX} \\ \sigma_{YY} \\ \tau_{XY} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{1-\nu}{2}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{XX} \\ \varepsilon_{YY} \\ 2\varepsilon_{XY} \end{bmatrix} \quad \text{ou bien } \{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad \text{I.2}$$

$$\varepsilon_{XX} = \frac{1}{E} (\sigma_{XX} - \nu \sigma_{YY}) \quad \text{I.3}$$

$$\varepsilon_{YY} = \frac{1}{E} (\sigma_{YY} - \nu \sigma_{XX}) \quad \text{I.4}$$

$$\varepsilon_{zz} = -\frac{\nu}{E}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \quad \text{I.5}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{2\mu} = \frac{(1+\nu)}{E}\tau_{xy} \quad \text{I.6}$$

$$\gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0 \quad \text{I.7}$$

Avec : μ : Module de cisaillement ;

ν : Coefficient de Poisson ;

E : Module de Young.

L'état de contraintes planes se rencontre dans le cas d'une plaque mince, chargée dans son plan, d'où la dimension suivant Z est très négligeable devant les dimensions dans le plan (XY) [2].

I.4.2. Déformations planes

On dit qu'on est dans un état de déformations planes si la déformation conserve la planéité de toute section droite perpendiculaire à l'axe Z [8].

Les conditions d'un état de déformations planes sont :

$$\text{Les déformations hors plan } \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0 \quad \text{I.8}$$

Les deux contraintes de cisaillement transversal au plan sont nulles

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad \text{I.9}$$

Les autres composantes de contraintes et de déformations selon les axes X, Y sont données par la loi de Hooke par les expressions suivantes :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{1-2\nu}{2}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \text{ ou bien } \{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad \text{I.10}$$

$$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \quad \text{I.11}$$

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E}[(1-\nu^2)\sigma_{xx} - \nu(1+\nu)\sigma_{yy}] \quad \text{I.12}$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{E}[(1-\nu^2)\sigma_{yy} - \nu(1+\nu)\sigma_{xx}] \quad \text{I.13}$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{2\mu} = \frac{(1+\nu)}{E} \tau_{xy} \quad \text{I.14}$$

Les hypothèses des déformations planes conviennent pour une pièce suffisamment longue pour que l'on puisse négliger la déformation longitudinale.

L'état des déformations planes se rencontre dans la zone centrale d'une plaque épaisse chargée de préférence uniformément. En effet, la rigidité des parois au cœur empêche toute déformation latérale selon l'axe Z.

On note que la solution en contraintes planes présente une incompatibilité au niveau de la composante ε_{zz} des déformations. L'hypothèse des contraintes planes entraîne

$\varepsilon_{zz} = -\frac{\nu}{E}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$ qui est donc singulière en $r^{-1/2}$, or les équations de compatibilité (I-8) imposent à ε_{zz} d'être linéaire en x et y donc régulière. Cette incompatibilité n'existe pas dans la solution en déformations planes.

I.5. Facteurs d'intensité de contraintes

Les fonctions K_I , K_{II} , K_{III} représentent les facteurs d'intensité de contraintes respectivement en mode I, II et III, qui traduisent l'état de contrainte au voisinage du fond de fissure. La superposition des trois modes constitue le cas général.

Ces facteurs sont des paramètres scalaires indépendants du point et qui ne varient qu'avec les sollicitations ($\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$) et la demi-longueur de la fissure (**a**). Si l'on connaît leurs valeurs, ils permettent de déterminer complètement les champs des contraintes ou des déplacements dans la structure fissurée. Inversement, si l'on connaît les expressions de composantes non nulles des contraintes et des déplacements, on peut déterminer les facteurs d'intensités de contraintes par les expressions suivantes qui constituent leurs définitions pour les milieux fissurés plans.

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{E}{8C} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} [u] \right) \quad \text{I.15}$$

$$K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{E}{8C} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} [v] \right) \quad \text{I.16}$$

$$K_{III} = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{E}{8C} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} [w] \right) \quad \text{I.17}$$

$$\text{Avec : } C=1 \quad \text{en contraintes planes} \quad \text{I.18}$$

$$C=1-\nu^2 \quad \text{en déformations planes.} \quad \text{I.19}$$

$[u], [v], [w]$ étant respectivement, les déplacements d'ouvertures de la fissure dans les directions OX, OY, et OZ.

Le facteur d'intensité de contraintes pour une plaque infinie présentant un défaut de longueur $2a$, Muskhelishvili [9,10] présente une solution exacte pour le mode I de sollicitation. Cette expression est donnée par la relation (I.20)

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \quad \text{I.20}$$

pour une plaque de dimensions finies, on aura :

$$K_I = \alpha \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi a} \quad \text{I-21}$$

Où α étant facteur correctif tenant compte de la géométrie de la fissure et du détail fissuré ainsi que du type de sollicitation. Ce paramètre est donné pour chaque type d'une fonction polynomiale de (a/w) , où w est la largeur de l'éprouvette.

σ est la contrainte nominale appliquée exprimée en (MPa).

Le facteur d'intensité de contraintes s'exprime en $Nm^{-3/2}$ ou en $Pa\sqrt{m}$. Le plus souvent est employé comme unité le $MPa\sqrt{m}$ (on trouve utilisé le $Ksi\sqrt{inch} = 1.12MPa\sqrt{m}$).

I.6. Contraintes et déplacements au voisinage du front de fissure

En utilisant la méthode de Westergaard [11], Irwin [12] montre que les principales composantes des contraintes dans le front de fissure, correspondant aux trois modes de déplacements, peuvent être exprimées par:

$$\begin{cases} \sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_1(\theta) \\ \tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_2(\theta) \\ \tau_{xz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} f_3(\theta) \end{cases} \quad \text{I.22}$$

Où: r est la distance radiale à partir du front de fissure, et $f_i(\theta)$ sont des fonctions dépendantes de l'angle polaire seulement.

Il est donc clair que le champ de contraintes possède une singularité de la valeur de $r^{-1/2}$ à la pointe de la fissure ($r=0$).

Les contraintes et les déplacements aux voisinages d'une fissure ont été calculés par Irwin [13] en tenant compte de la théorie de l'élasticité et des conditions de Hooke. Ils sont exprimés par les relations (I.23 à I.31) avec les notations de la figure I.3.

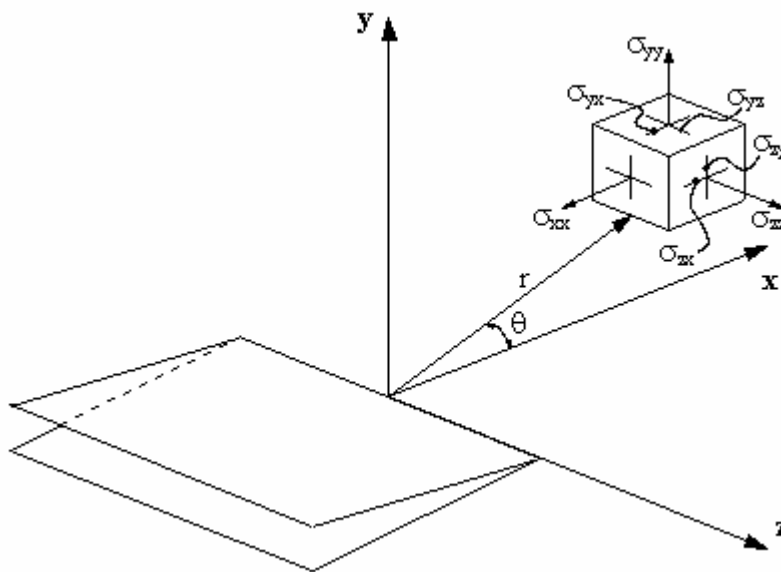


Figure I.3. Système de coordonnées au voisinage du front de la fissure

Mode IContraintes

Les contraintes en coordonnées cartésiennes :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{Bmatrix} 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad \text{I.23}$$

$$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \quad \text{en déformations planes.}$$

$$\sigma_{zz} = 0 \quad \text{en contraintes planes.}$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = \tau_{rz} = \tau_{\theta z} = 0$$

Déplacements

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} (1+\nu) \left[(2\chi-1) \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \right] \\ (1+\nu) \left[(2\chi+1) \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} \right] \end{Bmatrix} \quad \text{I.24}$$

$$w = -\left(\frac{\nu z}{E}\right)(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \quad \text{I.25}$$

$$\chi = 3 - 4\nu \quad \text{en déformations planes}$$

$$\chi = \frac{3-\nu}{1+\nu} \quad \text{en contraintes planes}$$

Mode IIContraintes

Les contraintes en coordonnées cartésiennes :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \end{Bmatrix} \quad \text{I.26}$$

Les contraintes en coordonnées polaires :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \tau_{r\theta} \end{Bmatrix} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} \sin \frac{\theta}{2} \left(1 - 3\sin^3 \frac{\theta}{2} \right) \\ -3\sin \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - 3\sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \end{Bmatrix} \quad \text{I.27}$$

$$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \quad \text{en déformations planes.}$$

$$\sigma_{zz} = 0 \quad \text{en contraintes planes.}$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = \tau_{rz} = \tau_{\theta z} = 0$$

Déplacements

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \frac{K_{II}}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} (1+\nu) \left[(2\chi+3) \sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right] \\ -(1+\nu) \left[(2\chi-3) \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right] \end{Bmatrix} \quad \text{I.28}$$

$$w = -\left(\frac{\nu z}{E} \right) (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \quad \text{I.29}$$

Mode III

Contraintes

- Les contraintes en coordonnées cartésiennes :

$$\begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad \text{I.30}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \sigma_{yy} = \tau_{rz} = \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{zz} = 0 \\ \tau_{xy} &= \tau_{y\theta} = 0 \end{aligned}$$

Déplacements

$$\begin{aligned} \{w\} &= \frac{K_{III}}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} 2(1+\nu)\sin \frac{\theta}{2} \\ 0 \end{Bmatrix} \\ u &= v = u_r = u_\theta = 0 \end{aligned} \quad \text{I.31}$$

Le coefficient de Poisson (ν) et le module de cisaillement en élasticité (μ) sont reliés au module d'Young E par la relation :

$$2\mu(1+\nu) = E \quad \text{I.32}$$

Ces contraintes et ces déplacements peuvent être résumés par les expressions de Westergaard [14].

La contrainte :

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad \text{I.33}$$

Le déplacement :

$$u, v, w = \frac{K}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g_{u,v,w}(\theta) \quad \text{I.34}$$

Où : r, θ sont des coordonnées polaires du point considéré, K est le facteur d'intensité de contraintes, qui est égal à $\sigma\sqrt{\pi a}$ et contient l'information sur le niveau de chargement et sur la dimension de la fissure.

I.7. Critère de ruine d'une structure en mode I et mixte

Nous avons vu au paragraphe I.4 que l'épaisseur influence l'état de contrainte au front d'une fissure et consécutivement la valeur critique du facteur d'intensité de contraintes. Cette valeur critique est normalement notée K_c mais pour indiquer que la valeur critique du facteur d'intensité de contraintes en état plan de déformation, on utilise la notation K_{Ic} et lorsqu'on parle de la valeur critique du facteur d'intensité de contraintes en état plan de contrainte, on utilise la notation K_{Ic} (dans les deux cas, il s'agit du mode I de rupture).

La figure I.4 représente schématiquement l'effet de l'épaisseur sur la ténacité. B_0 représente l'épaisseur maximale pour avoir un état plan de contrainte, B_I représente l'épaisseur minimale pour avoir un état plan de déformation. Pour des épaisseurs supérieures à B_I , la ténacité ne dépend plus de l'épaisseur. Pour des épaisseurs inférieures à B_0 , les essais réalisés par les chercheurs donnent soit une prolongation horizontale de la courbe (ténacité identique à K_{Ic}), soit une courbe descendante (diminution de la valeur de K_c avec l'épaisseur). Entre B_0 et B_I , la ténacité K_c diminue progressivement de K_{Ic} à K_{Ic} .

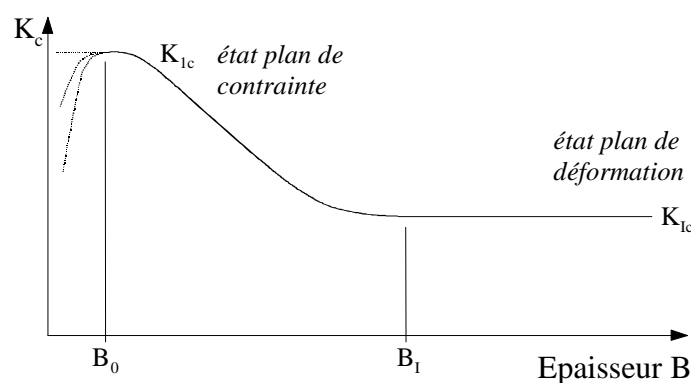


Figure I.4. Représentation schématique de l'effet de l'épaisseur sur la ténacité

Pour se trouver en état plan de contrainte, la dimension de la zone plastique doit être de l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la plaque, c'est-à-dire que B_0 doit être égal approximativement à la dimension de la zone plastique en état plan de déformation, ce qui peut s'écrire, selon l'équation :

$$\text{épaisseur} \cdot B_0 \cong \frac{1}{3\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_e} \right)^2 \quad \text{I.35}$$

Pour se trouver en état plan de déformation, la plupart des auteurs se réfèrent aux recommandations de l'ASTM pour la méthode d'essai standard de ténacité en état plan de déformation [15] :

$$\text{épaisseur} \cdot B_I = 2.5 \cdot \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_e} \right)^2 \quad \text{I.36}$$

Pour garantir ces conditions, les recommandations ASTM [15 à 17] préconisent les dimensions suivantes des éprouvettes :

$$a..et..B \geq 2.5 \cdot \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_e} \right)^2 \quad \text{I.37}$$

- a : dimension effective de la fissure de l'éprouvette
B : épaisseur de l'éprouvette

En effet, le respect des dimensions minimales données par la relation (I.37) conduit, pour ce type de matériaux, à respecter des dimensions parfois très importantes, comme on peut le constater dans l'exemple suivant :

Prenons par exemple un alliage d'aluminium 2024 ayant une limite d'élasticité de $56.ksi$ et une ténacité de $100.ksi\sqrt{in}$. L'essai de ténacité doit être effectué sur des éprouvettes d'épaisseur :

$$B \geq 2.5 \left(\frac{100 \cdot}{56} \right)^2 25.4$$

$$B \geq 204.mm$$

On constate que ces dimensions sont très importantes et ne correspondent plus aux dimensions que l'on attend sur des structures conventionnelles.

La mécanique de la rupture définit une valeur critique du facteur d'intensité de contraintes telle que la fissure ne se propage de façon instable que lorsque [18] :

$$K \geq K_C \quad \text{I.38}$$

Sa valeur est indépendante de la géométrie de la pièce et des conditions de chargement (il dépend uniquement du matériau).

En état de contraintes planes, on obtient le facteur critique d'intensité de contraintes de rupture fragile des tôles minces par contre en état de déformations planes, on obtient le facteur critique d'intensité de contraintes qui caractérise la ténacité du matériau.

Il s'ensuit que le concepteur peut théoriquement agir sur trois facteurs afin de réaliser cette intégralité :

- 1- Sélection d'un matériau ayant une meilleure résistance à la rupture, c'est-à-dire possédant un K_{IC} plus élevé à la température considérée.
- 2- Abaissement du niveau de sollicitation, soit globalement par diminution de la contrainte nominale, soit localement en évitant les concentrations de contraintes dans les régions sujettes à fissuration.
- 3- Contrôle des défauts de la structure de façon à abaisser la dimension moyenne des fissures.

I.8. Forme de la zone plastique au voisinage de la fissure

Les équations (I.33) donnent le champ de contraintes à proximité du front de la fissure pour un matériau élastique. Toutefois, si on s'approche très près du front de la fissure, c'est-à-dire lorsque r tend vers 0, le calcul théorique montre que les contraintes vont tendre vers l'infini. En fait, la résistance ne peut pas dépasser la limite d'élasticité σ_e du matériau qui va commencer à se plastifier à proximité du front de la fissure, créant ainsi une **zone plastique**.

Le champ de contraintes au voisinage de la fissure prend des valeurs importantes, donc il y aura déformations plastiques au fond de la fissure qui seront plus ou moins étendues selon la ductilité du matériau. Le calcul de l'étendue de cette zone dépend à la fois du mode de chargement et de l'état de contrainte. Plusieurs auteurs ont tenté d'évaluer la forme et la taille de la zone plastifiée en bout de fissure en se basant sur les critères classiques d'élasticité ou par la méthode des éléments finis.

Considérons une frontière plastique écrite sous forme de critère de Von-Mises ou de critère de Tresca, on constate une zone plastique en contraintes planes plus grande qu'en déformations planes, c'est-à-dire que la taille de cette zone dépend de son état considéré.

Les critères de Tresca ou de Von Mises permettent de déterminer avec précision la forme de la zone plastique. Irwin [12], suppose que la forme de la zone plastifiée de dimension r_p est circulaire. La grandeur de cette zone peut être estimée comme la distance r_y entre le front de la fissure et le point où la contrainte dépasse la limite d'élasticité σ_e .

A partir des relations (I.33) de Westergaard [11] et dans le plan de la fissure ($\theta = 0$), on aura :

$$r_y = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K}{\sigma_e} \right)^2 \quad \text{I-39}$$

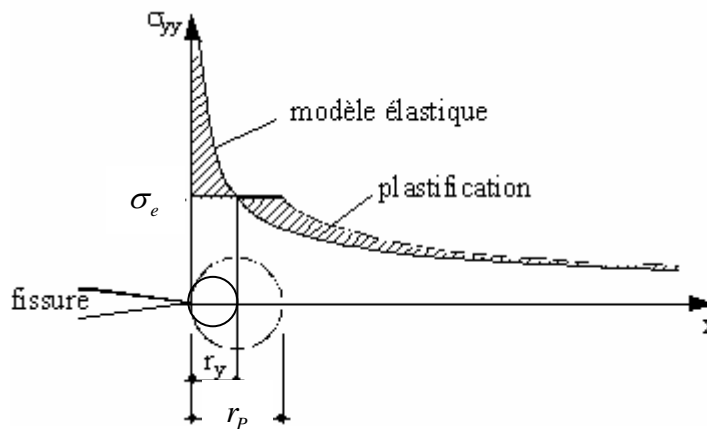


Figure I.5. Distribution des contraintes au front d'une fissure : modèle élastique et après déformation plastique (Irwin)

Irwin considère l'existence d'une fissure fictive de profondeur $a+r_y$, (où a est la longueur de la fissure) qui a son extrémité au centre d'une zone plastique de rayon r_y , au bout de cette fissure fictive, et suppose un comportement élasto-plastique parfait ($\sigma_y = \sigma_e = \text{const}$) à l'intérieur de cette zone (voir figure I.5).

La correction d'Irwin est donnée par la formule suivante :

$$r_y = \frac{1}{\alpha\pi} \left(\frac{K}{\sigma_e} \right)^2 \quad \text{I.40}$$

Avec: $\alpha = 2$ en contrainte plane,
 $\alpha = 6$ en déformation plane,

La quantité r_y s'ajoute à la longueur réelle de la fissure dans le calcul du facteur d'intensité de contraintes équivalent [19].

$$K_{Ie} = \sigma \sqrt{\pi \cdot a_{eff}} \quad \text{I.41}$$

Où: $a_{eff} = a + r_y$ est la Longueur effective de la fissure.

Considérons une frontière plastique écrite sous forme de critère de Von-Mises ou de critère de Tresca, on constate une zone plastique en contraintes planes plus grande qu'en déformations planes, c'est-à-dire que la taille de cette zone dépend de son état considéré.

L'utilisation du critère de Von-Mises en mode I conduit à des contours décrits sur la figure I.6 et aux équations suivantes:

* En contrainte plane:
$$r_y = \frac{K_I^2}{2\pi \sigma_e^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \left(1 + 3 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad \text{I.42}$$

* En déformation plane:
$$r_y = \frac{K_I^2}{2\pi \sigma_e^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \left((1 - 2\nu)^2 + 3 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad \text{I.43}$$

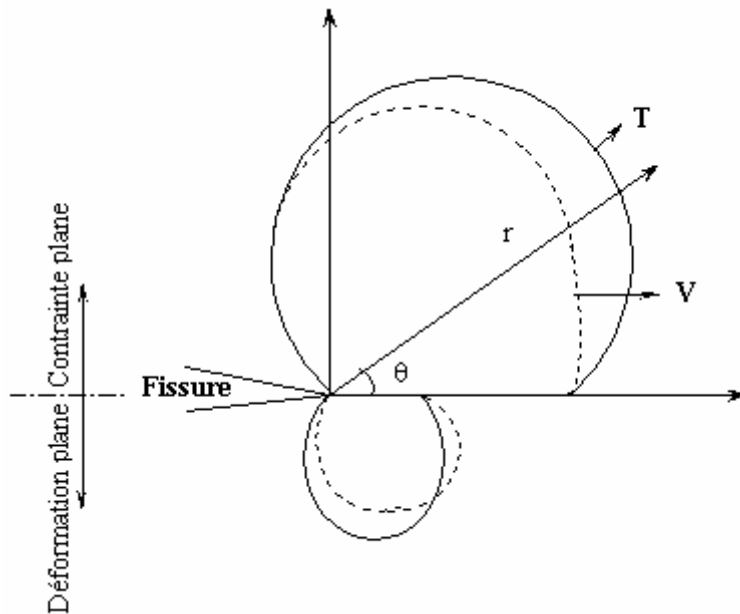


Figure I.6. Limites des zones plastifiées déterminées par les critères de Von Mises et Tresca.

Si le calcul de r_y est fondé sur le critère de Tresca, on obtient les relations suivantes dont les contours sont représentés sur la figure (I.7).

* En contrainte plane:
$$r_Y = \frac{K_I^2}{2\pi \sigma_e^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \right)^2 \quad \text{I.44}$$

* En déformation plane:
$$r_Y = \frac{K_I^2}{2\pi \sigma_e^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \max \left(1, \left(1 - 2\nu + \sin \frac{\theta}{2} \right)^2 \right) \quad \text{I.45}$$

En cas réel, il existe deux états de sollicitations différentes : au cœur de l'éprouvette on est en présence de déformation plane et en surface en état de contrainte plane. En conséquence, la zone plastifiée doit décroître graduellement depuis la surface jusqu'au cœur. Au centre, la zone plastique est caractérisée par r_{DP} , au bord par r_{CP} (figure I.7)

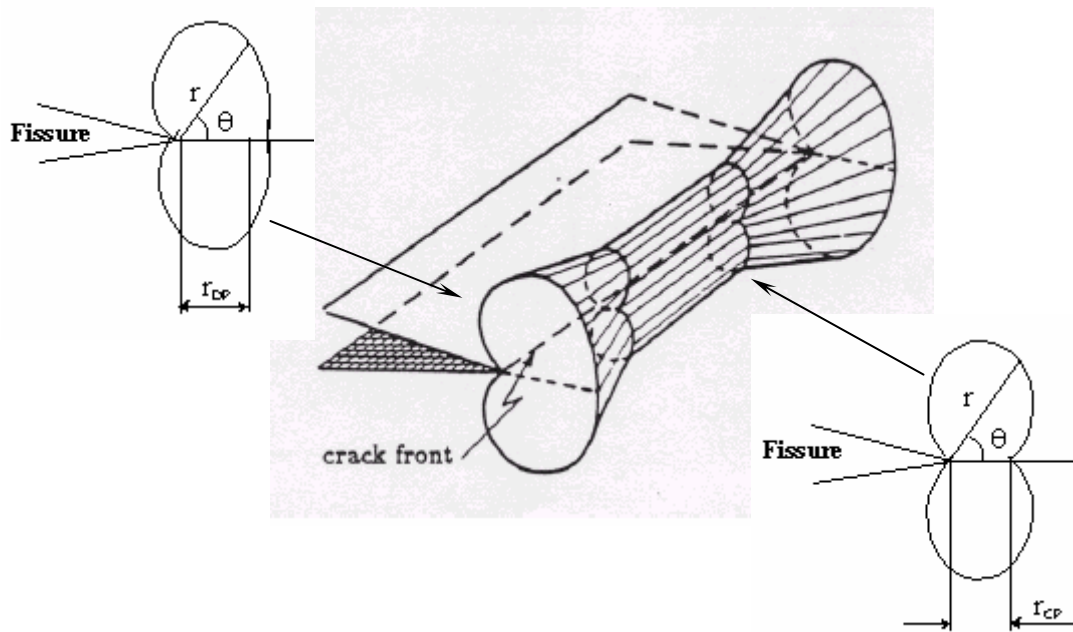


Figure I.7. Forme de la zone plastique en tête de fissure

Pour $\theta = 0$, on obtient r_p la profondeur de la zone plastique sera

$$r_{CP} = \frac{K_I^2}{2\pi \sigma_e^2} \quad (\text{contrainte plane}) \quad \text{et} \quad r_{DP} = \frac{K_I^2}{2\pi \sigma_e^2} (1 - 2\nu)^2 \quad (\text{déformation plane}).$$